

# Étude paramétrique comparée des performances des réfrigérateurs à tube à gaz pulsé classique et hybride

Philippe Nika

Institut de génie énergétique, université de Franche-Comté, Parc technologique,  
 2, av. Jean-Moulin, 90000 Belfort, France

(Reçu le 24 mars 1998, accepté le 28 mai 1998)

Abridged English version at the end of the text

**Abstract—Parametrical study for performances comparison between classic orifice pulse tube and hybrid Stirling pulse tube refrigerators.** An internal dynamic comparative study of orifice pulse tube (OPT) and Stirling hybrid pulse tube (HPT) is made, by thermodynamic modelling of the two systems. Basic structure of the model is established based on mass and energy conservation balances, written for separate control volumes of complete refrigerator. This method makes clear typical common parameters of the two mechanisms and specific importance of pistons phase shift and swept-volumes ratio for HPT. Starting from identical numeric characteristics for the two refrigerators, the study considers principally phases' evolution for pressure and mass flow rate at tube extremities. Greatest setting easiness, lower dimension for equivalent performances, give to the Stirling hybrid pulse tube good chances to be developed in miniature cryocooler area. © Elsevier, Paris.

Stirling cryocooler / pulse tube / comparison / phase shift / parametrical study

**Résumé** — Une étude comparative de la dynamique interne des refroidisseurs de type *pulse tube* à réservoir et orifice (OPT) et *Stirling-pulse tube* (hybride : HPT) est menée de manière théorique grâce à la modélisation thermodynamique de chacun des deux systèmes. Le schéma de base du modèle est établi à partir des bilans de masse et d'énergie écrits pour les différents volumes de contrôle du refroidisseur complet. Cette façon de procéder fait ressortir les paramètres communs au fonctionnement des deux appareils ; le rôle du déphasage des pistons et du ratio des cylindrées est mis en évidence pour le HPT. À partir d'un cas de figure numérique avec des données communes, l'étude est surtout axée sur les phases entre la pression interne et les débits massiques aux extrémités du tube. Une plus grande souplesse de réglage et une taille moindre pour des performances équivalentes font du HPT un système apte à se développer dans le domaine des microrefroidisseurs. © Elsevier, Paris.

refroidisseur Stirling / tube à gaz pulsé / comparaison / phases / étude paramétrique

## Nomenclature

$c_v, c_p$	capacité calorifique isochore et isobare .....	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	$\dot{m}$	débit massique de gaz .....	$kg \cdot s^{-1}$
$d$	diamètre capillaire .....	m	$\bar{P}$	pression moyenne du gaz .....	Pa
$E$	efficacité du régénérateur		$Pe = \frac{\omega d^2}{4a}$	nombre de Péclet	
$E_0$	paramètre modèle thermique réf. [15]		$Q$	quantité de chaleur .....	J
$h$	enthalpie massique .....	$J \cdot kg^{-1}$	$r$	constante des gaz parfaits .....	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
$H$	flux d'enthalpie .....	W	$S$	section .....	$m^2$
$K_0 = \frac{\dot{m}}{\Delta P}$	facteur de perte de charge .....	$kg \cdot s^{-1} \cdot Pa^{-1}$	$t$	temps .....	s
$L_d$	longueur du régénérateur .....	m	$T$	température .....	K
$l$	longueur capillaire .....	m	$u$	vitesse .....	$m \cdot s^{-1}$
$m$	masse de gaz .....	kg	$U$	énergie interne .....	J
			$V_0$	volume mort du cylindre au PMH	$m^3$
			$W$	travail mécanique des forces de pression .....	J
			$x$	variable d'espace .....	m

Indices

a	ambiante
c	côté chaud du tube
cp	compresseur
d	régénérateur
d <sub>1</sub>	en entrée
d <sub>2</sub>	en sortie
e	en entrée ou côté froid
ec	échangeur de refroidissement
ge	gaz entrée du régénérateur
gs	gaz sortie du régénérateur
r cp	déphaseur-détendeur
s	en sortie
se	zone froide du tube
sc	cylindre de compresseur
t	tube

Exposants

*	indique la dépendance avec le signe du débit gazeux
---	---

Lettres grecques

$\beta$	phase modèle thermique réf. [15]	
$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$	coefficient isentropique du gaz	
$\mu$	viscosité dynamique	kg·m <sup>-1</sup> ·s <sup>-1</sup>
$\rho$	masse volumique	kg·m <sup>-3</sup>
$\omega$	pulsation	s <sup>-1</sup>

### 1. PRINCIPE DU RÉFRIGÉRATEUR HYBRIDE STIRLING PULSE TUBE

Un réfrigérateur à tube à gaz pulsé (*figure 1*) comporte généralement un volume de compression défini par un piston mobile dans son cylindre, un échangeur de refroidissement, un régénérateur séparé du tube à gaz par la zone froide, le tube lui-même, un échangeur chaud et un orifice calibré mettant en communication l'extrémité chaude refroidie du tube avec un réservoir suffisamment grand. Le système dit «à deux orifices», comporte une dérivation partielle du gaz entre l'entrée du régénérateur et l'extrémité chaude du tube et se montre plus efficace au niveau de la puissance frigorifique et des températures minimales obtenues, car la réduction du débit le traversant améliore l'efficacité du régénérateur.

Pour comprendre la dynamique interne du système du réfrigérateur à tube à gaz pulsé, on peut en résumer le fonctionnement de la manière suivante.

Le gaz, comprimé lorsque le piston se déplace pour réduire le volume de la chambre, subit une compression adiabatique ; il est ramené à la température ambiante grâce à l'échangeur-refroidisseur disposé en sortie. Une partie du fluide traverse le régénérateur pour entrer dans le tube, une autre partie sort du tube pour

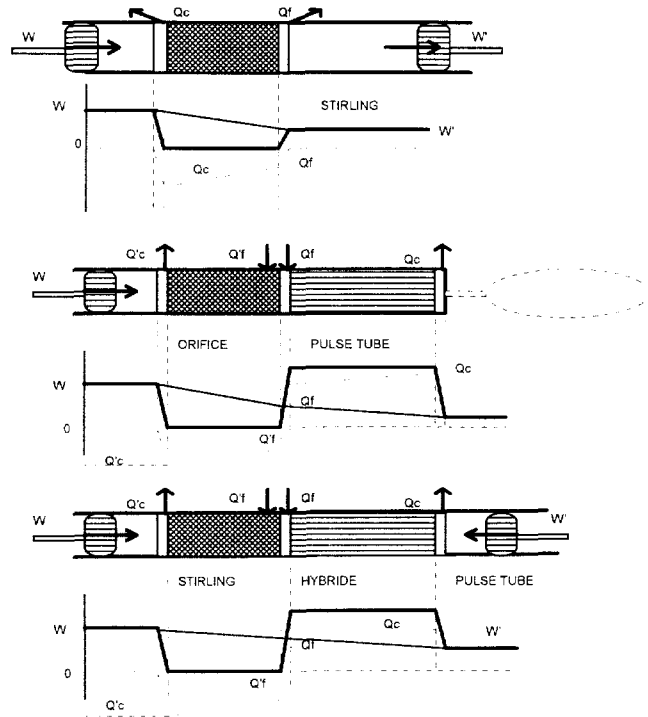


Figure 1. Diagramme schématisé d'évolution du flux d'enthalpie dans les refroidisseurs Stirling, pulse tube à orifice et stirling pulse tube hybride.

Figure 1. Simplified diagram of enthalpic flow into Stirling orifice pulse tube and hybrid pulse tube refrigerators.

pénétrer dans le réservoir. Un échangeur, situé entre l'extrémité du tube et le réservoir, permet de ramener ce gaz à la température ambiante et évacue une énergie correspondant pratiquement à la chaleur soutirée par l'échangeur froid. Lorsque le piston repart en sens inverse, la détente refroidit le gaz dans le tube à une température inférieure à celle qu'il avait en sortant du régénérateur, puis la pression diminuant encore, elle devient inférieure à celle du réservoir ; le gaz qui en ressort repousse alors le gaz froid, qui retraverse la zone à refroidir et le régénérateur en sens inverse.

On explique l'existence d'une production frigorifique à l'extrémité «froide» du tube par la création d'un flux d'enthalpie axial qui traverse celui-ci [1-3]. Ce flux, dont la moyenne temporelle s'exprime par :

$$\begin{aligned} \langle \dot{H} \rangle &= \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_S \rho u(t) h dS \\ &= \frac{\omega \gamma}{2\pi(\gamma - 1)} \int_0^{2\pi} \int_S P(t) u(t) dS \quad (1) \end{aligned}$$

est maximal dans le cas de variations périodiques de la pression et de la vitesse du gaz, lorsque ces deux grandeurs sont en phase. On doit donc réaliser un

déphasage adéquat de  $(\pi/2)$  entre la pression du gaz et son déplacement dans le tube (intégration de  $u(t)$ ), pour obtenir une production frigorifique maximale. Dans une machine Stirling, ce déphasage est réglé par le piston déplaceur : dans le tube à orifice, il est réglé par la différence de pression avec le réservoir, et dans un tube fermé ou un tube thermoacoustique par le transfert de chaleur irréversible avec les parois.

La *figure 1* donne une idée de la répartition du flux d'enthalpie le long de ces divers refroidisseurs. On notera que, pour le régime périodique établi, le gaz ayant une vitesse moyenne nulle dans le régénérateur, il y subit une transformation quasi isotherme, car sa capacité thermique est négligeable vis-à-vis de celle de la matrice solide : le flux d'enthalpie est alors nul.

$$\frac{1}{t} \int_{t_0}^t \rho u(t) dt = 0$$

$$\Rightarrow \langle \dot{H}(t) \rangle \approx \frac{c_p}{tS} \int_s T \left( \int_{t_0}^t \rho u(t) dt \right) dS \approx 0 \quad (2)$$

On en déduit, pour un tube à gaz pulsé, les égalités :

$$|W| = |Q'_c| \quad \text{et} \quad |Q'_f + Q_f| = |Q_c + W'| \quad (3)$$

Les tubes à gaz pulsé classiques avec orifice et réservoir (OPT) ajoutent à l'encombrement important de ce dernier le désavantage d'un réglage de phase restreint et peu commode. Il est en effet impossible de vraiment agir efficacement sur les phases, entre la pression dans le tube et les débits gazeux aux extrémités, sans modifier également leurs amplitudes. Ce faisant, on risque de diminuer largement la dynamique interne de pression dans le tube, facteur crucial pour l'obtention d'une production frigorifique suffisante.

Le handicap du refroidisseur Stirling est double lui aussi : fonctionnement du piston détenteur en zone froide, avec tous les problèmes de frottements et de jeux que cela impose, et niveau vibratoire important, occasionné par la contiguïté de la zone froide avec le cylindre de détente.

Le tube à gaz pulsé hybride (HPT) (*figure 2b*) résout en partie ces problèmes : meilleure maîtrise du réglage de phase entre les deux pistons et report du piston déphaseur détenteur dans une zone à température ambiante. L'idée originale en est due à Kasuya et al. [4-9], mais d'autres auteurs [10-12] ont depuis démontré expérimentalement l'efficacité de ce système, capable d'atteindre actuellement une température de 23 K [13] avec une machine à un seul étage.

Nous présentons une étude théorique comparative entre les refroidisseurs OPT et HPT, axée sur les différences obtenues entre les évolutions temporelles des pressions internes et des débits massiques aux extrémités pour les deux appareils. Les paramètres importants au niveau de la caractérisation des performances du HPT sont mis en lumière et leur influence est discutée.

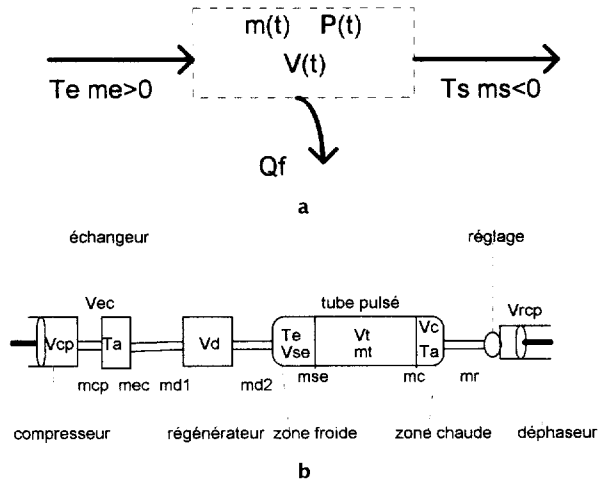


Figure 2. a. Volume déformable utilisé pour les bilans et notations. b. Volumes de contrôle définis pour le modèle et notations utilisées.

Figure 2. a. Deformable volume used for balances and notations. b. Control volumes and notations used for modelling.

## 2. SCHÉMA DIRECTIF POUR LA MODÉLISATION PARAMÉTRIQUE DU HPT

Pour la modélisation du HPT, la méthode choisie est de caractère thermodynamique et découle de celle que nous avons établie précédemment pour les machines *Stirling* puis pour les *Pulse Tubes* à deux orifices [14]. Les équations théoriques de base sont obtenues à partir des bilans de matière et d'énergie établis pour un volume de contrôle ouvert de forme quelconque. La *figure 2a* illustre un volume de base, sur la *figure 2b* sont désignés les sept volumes définis séparément pour le refroidisseur complet HPT :

– bilan de conservation de masse :

$$\dot{m}_e + \dot{m}_s = dm/dt \quad (4)$$

– bilan de conservation de l'énergie :

$$-P dV + r T_e dm_e + r T_s dm_s + \delta \dot{Q} + c_v T_e dm_e + c_v T_s dm_s = c_v d(mT)$$

avec la loi des gaz parfaits :

$$PV = m r T \quad (5)$$

$$\begin{aligned} -P \frac{dV}{dt} + c_p T_e \dot{m}_e + c_p T_s \dot{m}_s + \delta \dot{Q} \\ = c_v \frac{d(mT)}{dt} = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{d(PV)}{dt} \end{aligned} \quad (6)$$

Les mouvements des deux pistons sont sinusoïdaux et présentent un déphasage réglable «phas» :

$$\begin{aligned} V_{cp}(t) &= \frac{V_{sc}}{2} (1 - \sin \omega t) + V_0; \\ V_{rcp}(t) &= \frac{V_{rcp}}{2} (1 - \sin(\omega t + \text{phas})) + V_0 \end{aligned} \quad (7)$$

$V_{sc}$  et  $V_{rcp}$  sont respectivement les volumes balayés des deux cylindres.

Pour le régénérateur on fait l'hypothèse de variations linéaires de la pression et de la température de la matrice solide et du gaz à l'intérieur, on tient aussi compte de son efficacité  $E$  pour le calcul de la température du fluide qui en ressort.

$$\begin{aligned} P_d(x,t) &= \frac{P_{gs}(t) - P_c(t)}{L_d} x + P_c(t) \\ T_{matrice}(x,t) &= \frac{T_e - T_a}{L_d} x + T_a \end{aligned} \quad (8)$$

soit, pour le gaz contenu dans le régénérateur :

$$\begin{aligned} T_d(x,t) &= E T_{matrice}(x,t) + T_{entrée}(1 - E) \\ &= E \frac{T_e - T_a}{L_d} x + E T_a + T_{entrée}(1 - E) \end{aligned} \quad (9)$$

La définition théorique de  $E$  impose normalement sa dépendance avec le temps  $E(t)$  :

$$E(t) = \frac{\int_0^t (T_{gs}(t) - T_{ge}) dt}{t (T_{matrice} - T_{ge})}$$

Cette fonction étant pratiquement impossible à définir, nous sommes malheureusement contraints de faire l'hypothèse restrictive d'une efficacité constante.

Le débit massique de fluide traversant le régénérateur est représenté par la forme suivante :

$$\dot{m}_{d1} = K_0 (P_c(t) - P_t(t)) \quad (10)$$

Pour le tube à gaz, nous supposons aussi que la répartition des températures est linéaire :

$$T_t(x,t) = \frac{(T_c^* - T_{se}^*)}{L_t} x + T_{se}^* \quad (11)$$

Dans cette relation, les valeurs des températures sont à déterminer suivant les signes des débits gazeux aux deux extrémités du tube ; on se reportera ci dessous aux relations (15) pour le détail.

Le tube à gaz est le seul volume considéré comme non isotherme ; durant les périodes de compression et de détente les températures aux extrémités varient, elles aussi, de façon périodique. Des échanges de chaleur alternés surviennent entre le gaz et la paroi. Bien que localisés surtout dans la couche limite et présentant une moyenne temporelle nulle (stockage-déstockage), ils ne sont pas sans influence, notamment sur les phases. Dans

la référence [15], nous avons présenté des expressions de calcul des flux thermiques périodiques sous forme de nombres complexes, afin de tenir compte des phases différentes entre pression, températures du gaz et de la paroi et flux pariétal. La partie réelle du flux thermique sera ici représentée par la relation :

$$S_t \int_0^{L_t} \dot{Q}_v dx = -\frac{2\omega V_t}{\sqrt{Pe}} \frac{E_0}{\gamma - 1} (P_t - \bar{P}) \cos \beta \quad (12)$$

Pour la représentation des débits aux jonctions on utilise la loi de Poiseuille pour un capillaire, donnée en fonction de la différence des pressions, de la longueur et du diamètre. L'organe est caractérisé par un terme d'ouverture d'expression générale :

$$K_r = \frac{\pi}{8l\mu} \rho_a \left(\frac{d}{2}\right)^4 \quad (13)$$

$$\text{soit} \quad \dot{m}_r = -K_r (P_{rcp}(t) - P_t(t)) \quad (14)$$

Le tableau I résume toutes les variables du système complet d'équations obtenu. L'ensemble des bilans fournit un système de sept équations différentielles principales pour les variables,

$$P_c(t), P_t(t), P_{rcp}(t), T_{cp}(t), T_t(0,t), T_t(L,t), T_{rcp}(t)$$

À partir de ces valeurs on dispose aussi de sept équations pour les calculs des débits

$$\dot{m}_c, \dot{m}_{se}, \dot{m}_{cp}, \dot{m}_{d1}, \dot{m}_r, \dot{m}_1, \dot{m}_{ec}$$

et des équations pour le calcul de l'énergie  $\delta\dot{Q}_t$  soutirée à la source froide et du travail échangé par le gaz avec chaque piston

$$\delta W = -P \frac{dV}{dt} + \dot{m}_{cp} T^*$$

La résolution du système doit être faite étape par étape en fonction des directions des différents débits (positifs en entrée et négatifs s'ils sortent) et des températures ci-dessous. Le tableau II illustre les 8 phases de calcul successives durant un cycle complet du refroidisseur.

$$\begin{aligned} T_c^* &= T_t(L_t, t) & \text{si } \dot{m}_c > 0 & & T_{se}^* &= T_t(0, t) & \text{si } \dot{m}_{se} > 0 \\ &= T_a & \text{si } \dot{m}_c < 0 & & &= T_e & \text{si } \dot{m}_{se} < 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{cp}^* &= T_{cp}(t) & \text{si } \dot{m}_{cp} < 0 & & T_{rcp}^* &= T_{rcp}(t) & \text{si } \dot{m}_r < 0 \\ &= T_a & \text{si } \dot{m}_{cp} > 0 & & &= T_a & \text{si } \dot{m}_r > 0 \end{aligned} \quad (15)$$

Après adimensionnalisation, la résolution des équations est effectuée numériquement à l'aide du logiciel Mathematica.

$$\begin{aligned} t' &= \omega t & P'_c &= \frac{P_c}{P} & P'_t &= \frac{P_t}{P} & P'_{rcp} &= \frac{P_{rcp}}{P} \\ V'_{cp} &= \frac{V_{cp}}{V_t} & V'_{rcp} &= \frac{V_{rcp}}{V_t} & V'_{ec} &= \frac{V_{ec}}{V_t} & V'_d &= \frac{V_d}{V_t} \\ V'_c &= \frac{V_c}{V_t} & V'_{se} &= \frac{V_{se}}{V_t} & & & & \end{aligned}$$

TABLEAU I / TABLE I  
 Définitions des notations des pressions, volumes et débits massiques pour les 7 volumes de contrôle utilisés pour les équations de bilan.  
 Definitions of notations for pressures, volumes and mass flows of the 7 control volumes used in balance equations.

	Compresseur	Échangeur	Régénérateur	Partie froide	Tube à gaz	Partie chaude	Déphaseur
Paramètre	$V_{cp}(t)$	$V_{ec}$	$V_d$	$V_{se}$	$V_t$	$V_c$	$V_{rcp}(t)$
Température	$T_c(t)$	$T_a$	$T_d(x,t)$	$T_e$	$T_t(x,t)$	$T_a$	$T_{rcp}(t)$
Masse de gaz	$\dot{m}_{cp}(t)$	$\dot{m}_{es}(t)$	$\dot{m}_d(t)$	$\dot{m}_e(t)$	$\dot{m}_t(t)$	$\dot{m}_c(t)$	$\dot{m}_r(t)$
Pressions	$P_c(t)$	$P_c(t)$	$P_d(x,t)$	$P_t(t)$	$P_t(t)$	$P_t(t)$	$P_{rcp}(t)$
Débit entrée	$\dot{m}_{cp}(t)$	$\dot{m}_{cp}(t)$	$\dot{m}_{d1}(t) = \dot{m}_{ec}(t) - \dot{m}_1(t)$	$\dot{m}_{d2}(t)$	$\dot{m}_{se}(t)$	$\dot{m}_c(t)$	$\dot{m}_r(t)$
Débit sortie	$\dot{m}_{cp}(t)$	$\dot{m}_{ec}(t)$	$\dot{m}_{d2}(t)$	$\dot{m}_{se}(t)$	$\dot{m}_c(t)$	$\dot{m}_1(t) - \dot{m}_r(t)$	$\dot{m}_r(t)$
Énergie	$W_{cp}$	$Q_{ec}$		$Q_t$	$Q$	$Q_c$	$W_{rcp}$

TABLEAU II / TABLE II  
 Découpage des phases durant un cycle complet pour l'écriture des équations de bilan.  
 Cutting of phases, during a complete cycle, used in balance equations.

Phase 1	Phase 2	Phase 3	Phase 4	Phase 5	Phase 6	Phase 7	Phase 8	Phase 1b
$\dot{m}_{cp} < 0$	$\dot{m}_{cp} < 0$	$\dot{m}_{cp} < 0$	$\dot{m}_{cp} > 0$	$\dot{m}_{cp} > 0$	$\dot{m}_{cp} > 0$	$\dot{m}_{cp} > 0$	$\dot{m}_{cp} < 0$	$\dot{m}_{cp} < 0$
$\dot{m}_c < 0$	$\dot{m}_c > 0$	$\dot{m}_c > 0$	$\dot{m}_c > 0$	$\dot{m}_c > 0$	$\dot{m}_c < 0$	$\dot{m}_c < 0$	$\dot{m}_c < 0$	$\dot{m}_c < 0$
$\dot{m}_{se} < 0$	$\dot{m}_{se} < 0$	$\dot{m}_{se} < 0$	$\dot{m}_{se} < 0$	$\dot{m}_{se} > 0$	$\dot{m}_{se} > 0$	$\dot{m}_{se} > 0$	$\dot{m}_{se} > 0$	$\dot{m}_{se} < 0$
$\dot{m}_r < 0$	$\dot{m}_r < 0$	$\dot{m}_r > 0$	$\dot{m}_r > 0$	$\dot{m}_r > 0$	$\dot{m}_r < 0$	$\dot{m}_r < 0$	$\dot{m}_r < 0$	$\dot{m}_r < 0$

Cette façon de procéder met en lumière des groupes importants dans la modélisation : il y a lieu de distinguer les facteurs d'ordre géométrique ou thermique de ceux liés aux écoulements au travers des orifices divers :

- facteur de production frigorifique

$$\frac{\delta \dot{Q}_f}{P \omega V_t} \quad (16)$$

- facteurs géométriques : rapports de volumes :

$$\frac{V_{cp}}{V_t} \text{ compresseur} \quad \frac{V_d}{V_t} \text{ régénérateur} \quad \frac{V_{ec}}{V_t} \text{ échangeur} \quad (17)$$

$$\frac{V_c}{V_t} \text{ zone chaude} \quad \frac{V_{se}}{V_t} \text{ zone froide} \quad \frac{V_{rcp}}{V_t} \text{ déphaseur}$$

- facteurs d'écoulement du gaz :

$$K_{kr} = \frac{r T_a K_r}{\omega V_t} = \frac{r T_a}{\omega V_t} \frac{\pi}{8 l_r \mu} \rho_a \left( \frac{d_r}{2} \right)^4 \quad (18)$$

facteur d'orifice du réservoir

$$K_{k0} = \frac{r T_a K_0}{\omega V_t} = \frac{r T_a \dot{m}_d}{\omega V_t \Delta P} \quad (19)$$

facteur de perte de charge du régénérateur

- facteurs thermiques

$$\gamma \quad \text{coefficient isentropique du gaz}$$

$$\frac{E_0}{\sqrt{P_e}} \cos \beta \quad \text{facteur de transferts thermiques aux parois}$$

$$E \quad \text{efficacité du régénérateur}$$

$$\frac{T_c}{T_e} \quad \text{rapport des températures} \quad (20)$$

### 3. COMPARAISONS DES RÉSULTATS DE L'ÉTUDE PARAMÉTRIQUE DES RÉFRIGÉRATEURS À TUBE À GAZ CLASSIQUES ET HYBRIDES

Les graphiques présentés dans cette étude montrent des évolutions temporelles parfois très différentes d'une allure purement sinusoïdale. Notons, pour la suite de l'exposé, que deux grandeurs seront par abus de langage dites *en phase* lorsque leurs valeurs minimales se situeront au même instant (pression minimale et température minimale par exemple) : la référence origine pour les phases est prise nulle lorsque le piston du compresseur est en position médiane dans sa chambre : le volume de gaz est alors  $\frac{V_{sc}}{2} + V_0$ .

Dans ce paragraphe, les valeurs de base choisies comme exemple pour les premiers calculs concernent un

tube à gaz pulsé à orifices, OPT, contenant de l'hélium ( $\gamma = 1,66$ ) et sont les suivantes :

$$\frac{V_{sc}}{V_t} = 1,8; \frac{V_{ec}}{V_t} = \frac{V_{se}}{V_t} = \frac{V_c}{V_t} = 0,15; \frac{V_d}{V_t} = 0,7$$

- pour le régénérateur :  $K_{k0} = 15$  et  $E = 1$  (valeur maximale)

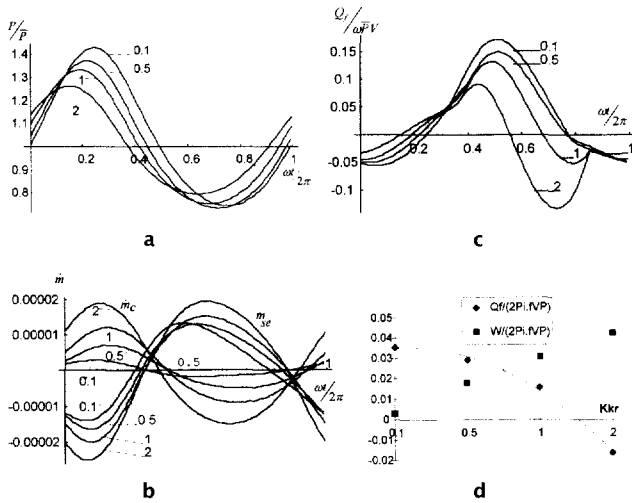
- températures des échangeurs des côtés chaud et froid :  $T_c = T_a = 300$  K et  $T_e = 240$  K.

- transferts thermiques alternés :

$$\frac{E_0}{\sqrt{Pe}} \cos \beta = 0,0141$$

Pour comparaisons, les calculs pour le réfrigérateur hybride HPT sont effectués avec les mêmes valeurs.

Les figures 3a-3c représentent les variations en fonction du paramètre d'ouverture  $K_{kr}$ , de la pression du gaz et des débits massiques d'extrémité pour un OPT. Augmenter  $K_{kr}$  fait diminuer la production frigorifique du tube, surtout parce que le rapport des pressions extrêmes  $\frac{P_{max}}{P_{min}}$  diminue. La phase de la pression diminue par la même occasion, et les deux débits s'accroissent :

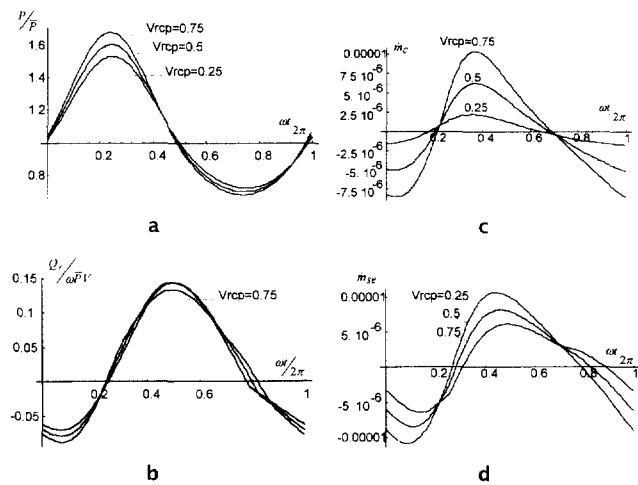


**Figure 3.**  $K_{kr} = 0,1; 0,5; 1; 1,2$ . a. Évolution temporelle de la pression dans le tube. b. Évolution temporelle des débits massiques aux extrémités du tube. c. Évolution temporelle du facteur de production frigorifique et mécanique du tube en fonction de l'ouverture  $K_{kr}$ , cas  $\frac{T_f}{T_c} = 0,8$ .

**Figure 3.**  $K_{kr} = 0.1; 0.5; 1; 1.2$ . a. Pressure temporal evolution in an orifice and reservoir pulse tube. b. Mass flow temporal evolution on the extremities. c. Refrigerating factor temporal evolution. d. Refrigerating and mechanical factors for the tube depending on reservoir orifice aperture  $K_{kr}$ , when  $\frac{T_f}{T_c} = 0.8$ .

en fait, leurs phases sont assez peu affectées. On vérifie que la configuration la plus favorable pour la production frigorifique est obtenue quand la valeur de  $K_{kr}$  est petite ; pression et débits sont alors à peu près en phase. Pour les valeurs élevées de  $K_{kr}$ , le tube peut même inverser ses échanges de chaleur aux deux extrémités et se transformer en générateur d'énergie acoustique.

Pour le HPT, deux paramètres jouent différemment un rôle actif sur les amplitudes et les phases, ce sont le rapport des cylindrées compresseur-déphaseur  $\frac{V_{rcp}}{V_{cp}}$  et la valeur du déphasage *phas* entre pistons. Les figures 4 et 5 montrent l'influence du ratio de cylindrée pour des valeurs respectives de phases entre pistons de  $0,125 \pi/2$  et  $0,5 \pi/2$ . La combinaison des deux effets est assez complexe. Pour les faibles déphasages, le rapport  $\frac{P_{max}}{P_{min}}$  augmente avec le ratio ; il a tendance à décroître au-delà d'une certaine valeur de *phas*. Lorsque l'on augmente le déphasage *phas*, on diminue aussi la phase entre la pression et le débit côté chaud et l'on augmente l'amplitude de celui-ci : quand on augmente  $\frac{V_{rcp}}{V_{cp}}$ , la phase du débit côté froid est inchangée et son amplitude diminue dans le cas *phas* =  $0,125 \pi/2$ . La phase diminue avec une amplitude moyenne à peu près constante pour le cas *phas* =  $0,5 \pi/2$ . La production frigorifique suivra un comportement semblable à celui du rapport des



**Figure 4.** Ratios de cylindrée 0,25; 0,5; 0,75; phase  $0,125 \pi/2$ . a. Évolution temporelle de la pression dans le tube à gaz. b. Évolution temporelle du facteur de production frigorifique. c. Évolution temporelle du débit massique de gaz à l'extrémité chaude. d. Évolution temporelle du débit massique de gaz à l'extrémité froide.

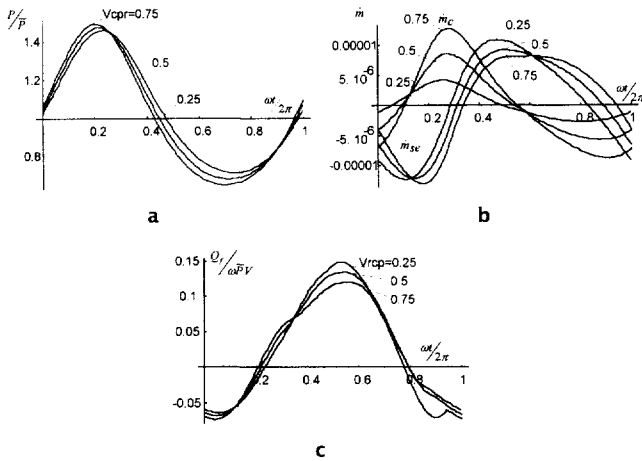
**Figure 4.** Swept-volume ratios 0.25, 0.5, 0.75; phase shift  $0.125 \pi/2$ . a. Pressure temporal evolution inside tube of HPT refrigerator. c. Mass flow temporal evolution at hot extremity of HPT refrigerator. d. Mass flow temporal evolution at cold extremity of HPT refrigerator.

pressions : pour chaque ratio de cylindrée il existe une valeur optimale à choisir pour le déphasage (figure 6).

La figure 7 illustre l'influence de phase pour un ratio de cylindrée valant 0,25 ; on notera la possibilité de régler le débit côté chaud sans trop influencer celui du côté froid, ce qui n'est pas possible avec le tube à orifice.

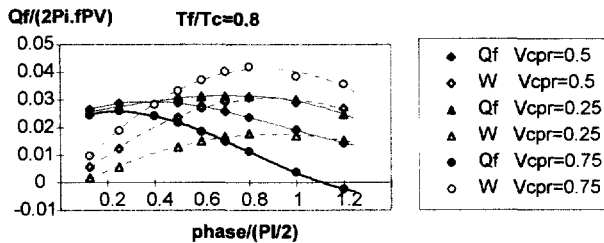
#### 4. CONCLUSIONS

En raison des hypothèses simplificatrices adoptées, l'objectif de comparaison des deux types de réfrigérateurs est atteint sur la base d'une modélisation thermodynamique de type «premier ordre».



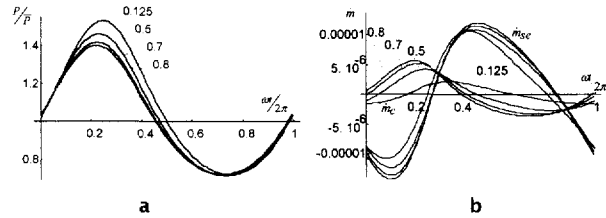
**Figure 5.** Ratios de cylindrée 0,25 ; 0,5 ; 0,75 ; phase  $0,5 \pi/2$ . **a.** Évolution temporelle de la pression dans le tube à gaz. **b.** Évolution temporelle des débits massiques aux extrémités. **c.** Évolution temporelle du facteur de production frigorifique.

**Figure 5.** Swept-volume ratios 0.25, 0.5, 0.75 ; phase shift  $0.5 \pi/2$ . **a.** Pressure temporal evolution inside tube of HPT refrigerator. **b.** Mass flow temporal evolution at hot and cold extremities of HPT refrigerator. **c.** Refrigerating factor temporal evolution of HPT refrigerator.



**Figure 6.** Évolution du facteur de production frigorifique et mécanique en fonction du déphasage des pistons du HPT, paramétré en fonction du ratio des cylindrées.

**Figure 6.** Refrigerating and mechanical factors evolutions for a HPT refrigerator depending on phase shift of pistons, with swept-volume ratio as parameter.



**Figure 7.** Phases  $0,125 \pi/2$  à  $0,8 \pi/2$ , ratio de cylindrée 0,25. **a.** Évolution temporelle de la pression dans le tube à gaz. **b.** Évolution temporelle des débits massiques aux extrémités. **Figure 7.** Piston phase shift  $0.125 \pi/2$  to  $0.8 \pi/2$ , with swept-volume ratio 0.25. **a.** Pressure temporal evolution inside tube of HPT refrigerator. **b.** Mass flow temporal evolution at hot and cold extremities of HPT refrigerator.

Les performances présentées dans cet article ne sont à considérer que de manière relative ; il s'agit de valeurs maximales théoriques, obtenues avec un régénérateur d'efficacité  $E$  constante et unitaire. La modélisation du régénérateur est certainement une des tâches les plus ardues qui s'offre au thermicien, surtout avec les conditions de fonctionnement rencontrées dans les cryoréfrigérateurs : températures et débits d'entrée variables, compressibilité du fluide traversant la matrice poreuse, variation importante des propriétés physiques de celle-ci à basse température, etc. Pour l'avenir, il conviendrait donc d'aborder ce problème délicat.

Malgré tout, la présente modélisation conjointe des deux types de refroidisseurs OPT et HPT fait ressortir, pour le second, deux paramètres importants supplémentaires, qui sont :

- le rapport des cylindrées compresseur-déphaseur  $\frac{V_{rcp}}{V_{cp}}$  ;
- la valeur de la phase entre les mouvements des pistons  $phas$ .

L'influence antagoniste de ces deux facteurs impose de rechercher un réglage optimum du déphasage en fonction du rapport de cylindrée choisi. Il semble préférable, pour la géométrie étudiée ici, de s'orienter vers une cylindrée du module déphaseur nettement inférieure à celle du compresseur (rapport 0,25), avec une phase voisine de 60 degrés d'angle, cette valeur devant être diminuée pour un ratio supérieur. La possibilité d'agir sur deux paramètres, déphasage et cylindrée, semble beaucoup plus souple au niveau des réglages de phase pression-débits que dans le cas du tube à orifice.

Les performances théoriques calculées pour le HPT sont à peine inférieures à celles d'un OPT, puisque l'on obtient un facteur de production frigorifique maximum de 0,03 contre 0,035, avec une efficacité frigorifique théorique  $\frac{Q}{W}$  cependant plus faible de 1,9 contre 11,7 ( $K_{kr} = 0,1$ ) (figures 3d et 6). Cependant, dans l'hypothèse d'une récupération du travail de détente du gaz dans le cylindre secondaire, on a calculé que

l'efficacité frigorifique peut être améliorée jusqu'à 5,56. Dans le cas d'un OPT, toute l'énergie est dégradée en pure perte dans l'orifice. L'efficacité d'un OPT chute d'ailleurs très vite si on augmente le facteur  $K_{kr}$  (sa valeur est de 0,5 pour  $K_{kr} = 1$ ). Celle du HPT varie assez peu pour les valeurs de déphasages autour du réglage optimal.

En raison de l'élimination du réservoir, le HPT pourrait offrir un encombrement moindre que le refroidisseur classique OPT, dès lors que des progrès significatifs auront été effectués sur les générateurs d'onde de pression, par exemple en adaptant des microactionneurs piézo-électriques ou autres. Ces avancées permettraient d'envisager sa miniaturisation et son adoption définitive dans le domaine du refroidissement de composants électroniques ou d'appareils embarqués.

## RÉFÉRENCES

- [1] Radebaugh R., Pulse tube refrigeration, a new type of cryocooler, in: Proc. 18th Int. Conf. on low temperature physics, Kyoto, 1987, Jap. J. Appl. Phys. 26 (Suppl. 26-3) (1987) 2076-2081.
- [2] Radebaugh R., A review of pulse tube refrigerator, Adv. Cryogenics Eng. 35 (1990) 1191-1205
- [3] Baks M.J.A., Hirschberg A., Van der Ceelen B.J., Gijssman H.M., Experimental verification of an analytical model for orifice pulse tube refrigeration, Cryogenics 30 (1990) 947-951
- [4] Ishizaki et al., Pulse tube heat engine, United States Patent N° 5 435 136, Jul. 25, 1995.
- [5] Ohtani et al., Pulse tube refrigerator, United States Patent N° 5 412 952, May 9, 1995.
- [6] Inoue et al., Pulse tube refrigerating system, United States Patent N° 5 275 002, Jul. 25, 1994.
- [7] Yuyama J., Kasuya M., Experimental study on refrigeration losses in pulse tube refrigerator, Cryogenics 33 (10) (1993) 947-950.
- [8] Kasuya M., Yuyama J., Geng Q., Goto E., Optimum phase angle between pressure and gas displacement oscillations in a pulse tube refrigerator, Cryogenics 32 (3) (1992) 303-308.
- [9] Kasuya M., Nakatsu M., Geng Q., Yuyama J., Goto E., Work and heat flows in a pulse tube refrigerator, Cryogenics 31 (1991) 786-790.
- [10] Mirels H., Double inlet pulse tube cryocooler with stepped piston compressor, Adv. Cryogenic Eng. 39 (1994) 1425-1431.
- [11] Wang C., Wu P., Chen Z., Modified orifice pulse tube refrigerator without a reservoir, Cryogenics 34 (1) (1994) 31-36.
- [12] Wang C., Wu P., Chen Z., Theoretical and experimental studies of a double-inlet reversible pulse tube refrigerator, Cryogenics 33 (6) (1993) 648-652.
- [13] Ishizaki Y., Ishisaky E., Experimental performance of modified pulse tube refrigerator below 80 K down 23 K, in: Proc. 7th Int. Cryocooler Conference, vol. 1, 140, 1993.
- [14] Nika P., Lanzetta F., Évaluation pratique des performances d'une machine Stirling de taille réduite fonctionnant en cycle frigorifique, J. Phys. III (7) (1997) 1571-1591.
- [15] Nika P., Lanzetta F., Contribution à l'étude des transferts de chaleur périodiques dans les machines de Stirling, Entropie 206 (1997) 2-14.
- [16] Ross R.G. (éd.), Cryocoolers 9, International Cryocooler Conference, Waterville Valley, Plenum Press, New York, 1996.
- [17] Ravex A., Rolland P., Liang J., Experimental Study and modelisation of a pulse tube refrigerator, Cryogenics 32 (ICEC Suppl.) (1992) 9-12.
- [18] Wang C., Numerical analysis of 4 K pulse tube coolers. Part 1: numerical simulation. Part 2: performances and internal processes, Cryogenics 37 (4) (1997).

## Abridged English Version

### Parametrical study for performances comparison between classic orifice pulse tube and hybrid Stirling pulse tube refrigerators

This paper presents a parametrical theoretical comparative study of orifice pulse tube (OPT) and Stirling hybrid pulse tube (HPT) refrigerators. The HPT cryocooler uses a working gas under pressure enclosed in a variable volume. In the HPT refrigerator, two pistons, whose movements are generally non-phased, are disposed on each part of the regenerator and pulse tube assembly. These piston movements allow gas cycle realisation and frigorific production. The HPT cryocooler is very similar to the Stirling refrigerator but with an expansion working piston at ambient temperature.

The internal dynamics of pulse tube refrigerator can be explained very succinctly in the following manner. When the compression piston moves to reduce the

chamber volume, the gas is adiabatically compressed, and then, the compressor heat exchanger cools it to room temperature. One part of the compressed gas crosses the regenerator before entering the tube, the other part goes out the tube to penetrate into the reservoir. A hot heat exchanger, located between the tube end and the reservoir keeps the gas at ambient temperature and evacuates approximately the heat extracted in the cold heat exchanger. When the compressor piston expands, the expansion cools down the gas in the tube to a temperature lower than at the outlet of the regenerator. Further in the expansion, the pressure becomes lower than the pressure of the reservoir; consequently, the gas flows out of the reservoir and pushes the cold gas into the regenerator in the opposite direction.



The frigorific production at the tube cold end is explained by axial enthalpy streaming [1-3]. This stream, which has a temporal average equal to zero, is given by (1). It is maximal, in case of periodical variations of pressure and velocity, when this two variables are in phase. *Figure 1* gives an idea of enthalpy distribution along various refrigerators. We can notice that, for an established periodical mode, average velocity of fluid is zero and regenerator gas temperature stays constant, if its thermal capacity is negligible compared to regenerator solid matrix capacity. So the enthalpy streaming is equal to zero in the regenerator.

The comparison of the OPT and the HPT cryocoolers is based on results of a theoretical modelling. A system of dimensionless equations, based on mass conservation (4), ideal gas law (5) and energy conservation (6) is written for seven separate control volumes defined in the HPT by *figure 2b*.

The two pistons movements (7) are supposed to be perfectly sinusoidal with adjustable phase shift: *phas*.

In the regenerator, we make the hypothesis of linear variations of pressure (8) and of solid matrix and gas temperature (9). We take into account the regenerator efficiency  $E$  to calculate regenerator gas outlet temperature. Mass flow rate through the regenerator is represented by the following formula:

$$\dot{m}_{d1} = K_0(P_c(t) - P_t(t)) \quad \text{see also (19)}$$

Alternate heat transfer occurs between the fluid and the walls. Previously [15], we have presented a formulation for this type of transfer, using compound numbers to take into account the phase between pressure, gas temperature, wall temperature and parietal heat flow. Real part of heat flow is:

$$S_r \int_0^{L_r} \dot{Q}_v dx = -\frac{2\omega V_t}{\sqrt{Pe}} \frac{E_0}{\gamma - 1} (P_t - \bar{P}) \cos\beta$$

For mass flow rate calculations, we use the Poiseuille law for capillary tube, introducing pressure drop, length and diameter. The reservoir orifice is characterised by an aperture factor  $K_{kr}$  (13) and (18). So:

$$\dot{m}_r = -K_r(P_{rcp}(t) - P_t(t))$$

*Table I* summarises the variables of the complete equations system: the total of balances gives seven differential equations for variables:

$$P_c(t), P_t(t), P_{rcp}(t), T_{cp}(t), T_t(0,t), T_t(L,t), T_{rcp}(t)$$

Once these values are calculated, integration of seven other equations gives mass flow rate  $\dot{m}_c$ ,  $\dot{m}_{se}$ ,  $\dot{m}_{cp}$ ,  $\dot{m}_{d1}$ ,  $\dot{m}_r$ ,  $\dot{m}_1$ ,  $\dot{m}$ , another equation for refrigerating power  $\delta\dot{Q}_f$  and one for the work exchanged by the compressor piston:

$$\delta W = -P \frac{dV}{dt} + \dot{m} c_p T^*$$

Complete differential equations system is numerically solved, step-by-step, according to mass flow rate sign (inlet  $> 0$ , outlet  $< 0$ ) and temperature choice (15). *Table II* shows the necessary eight successive phases for a complete cycle of working fluid.

Written in dimensionless form, the equations emphasise some important groups common for the OPT and the HPT and two additional ones typical for the HPT cryocooler: phase shift *phas* and second compressor volume ratio  $V_{rcp}/V_c$ . Others are: refrigeration production factor (16), volumes ratios:

$$\frac{V_{cp}}{V_t}, \frac{V_d}{V_t}, \frac{V_{ec}}{V_t}, \frac{V_c}{V_t}, \frac{V_{se}}{V_t}$$

thermal factors (20) and flow of gas factors  $K_{kr}$  and  $K_{k0}$  (18) and (19). First for the OPT, in *figure 3*, we show that  $K_{kr}$  augmentation decreases the frigorific production, mainly because the extreme pressures ratio  $\frac{P_{max}}{P_{min}}$  decreases. Pressure phase is also reduced and the two mass flows of the tube extremities increase; in fact, their phases are almost constant. We also normally record that the best configuration occurs when pressure and flow rates are in phase (with small  $K_{kr}$ ). When  $K_{kr}$  becomes too important, heat transfers of the tube extremities are inverted and the tube is transformed into an acoustical energy generator.

For the HPT refrigerator in *figures 4* and *5*, we show an opposite influence of the two parameters  $\frac{V_{rcp}}{V_t}$  and *phas*, proving it is necessary, in order to obtain the greatest frigorific production, to research adequate phase shift for each working conditions. Generally, a smaller secondary swept-volume is preferable for an efficient cryocooler (see *figure 6*). In contrast to the OPT, *figure 7* proves the greater facility of the HPT cryocooler concerning amplitude and phase setting for  $\dot{m}_c$ . The *phas* parameter has a small influence on the pressure phase and the mass flow rate  $\dot{m}_{se}$ . The theoretical maximal performance coefficient  $\frac{\delta\dot{Q}_f}{\bar{P}\omega V_t}$  of (HPT,  $\frac{V_{rcp}}{V_t} = 0.25$ , *phas*  $60^\circ$ ) is 0.03, a little less than (OPT,  $K_{kr} = 0.1$ ) with 0.035. Its efficiency  $\frac{Q_f}{W}$  is 1.9 (5.56 if we count a possible recovery of expansion work) compared to 11.7. This efficiency falls rapidly with  $K_{kr}$  (value 0.5 for  $K_{kr} = 1$ ), a parameter which is difficult to set precisely in practice.

With further potential progress in reduced scale technology for pressure generators, for example by using piezo-electrics components and without a reservoir, the HPT cryocooler can have a lesser dimension than the OPT one for equivalent performances. We consider that in the near future the Stirling hybrid pulse tube cryocooler has good chances of being developed for miniature cryocoolers and spatial refrigerators.